DINÂMICA DA LUZ EM MODELOS COSMOLÓGICOS INOMOGÊNEOS

Pedro Henrique Gomes Lopes[1] (IC), Prof. Dr. Leandro Gustavo Gomes[1] (PQ)
[1]Universidade Federal de Itajubá

Palavras-chave: Cosmologia Inomegênea. Redshift gravitacional. Expansão cósmica.

Introdução

Modelos cosmológicos inomogêneos são essenciais para compreender as variações locais da curvatura do espaço-tempo causadas por estruturas como galáxias e aglomerados de galáxias. Neste contexto, este trabalho se propõe a analisar a dinâmica da luz em espaços-tempos onde a expansão é homogênea e isotrópica (GOMES, 2024b), com a métrica

$$g=-e^{2\phi(t,x)}dt^2+h_{ij}dx^i dx^j, \qquad (1)$$

onde $h_{ij}=a(t)^2\sigma(x)_{ij}$ e σ é a métrica Riemanniana da variedade que define o espaço-tempo em questão, $a(t)$ é o fator de escala e ϕ é o potencial.

As equações do movimento de uma partícula de massa m_0 movendo-se neste espaço-tempo é construída sob a perspectiva de certos observadores especiais, chamados de fiduciais, definidos como um campo vetorial com vorticidade nula e intensidade igual a velocidade da luz. Tal perspectiva permite um melhor entendimento das trajetórias nestes espaços.

Este projeto focou na análise da luz, ou seja, as equações do movimento serão equações geodésicas. A partir de algumas manipulações algébricas, uma expressão que envolve o parâmetro de redshift z, o potencial ϕ, o fator de escala $a(t)$ e a energia do fóton ε será deduzida, cujo interesse físico é muito interessante, já que, nesta expressão, conceitos como redshift cosmológico e gravitacional estarão embutidos juntos.

Metodologia

Para descrever o movimento de uma partícula de massa de repouso m_0 no espaço-tempo em questão, primeiro definimos a 4-velocidade da partícula como w^μ. A equação de movimento da partícula é então dada por

$$m_0\nabla_w w^\mu=f^\mu, \qquad (2)$$

onde $\nabla_w w$ é a aceleração covariante e f é a 4-força externa aplicada à partícula. Na ausência de força externa $(f=0)$, a partícula segue uma trajetória geodésica, satisfazendo $\nabla_w w=0$.

Do ponto de vista dos observadores fiduciais u, a velocidade espacial v da partícula é definida como $g(v,u)=0$, onde $w=\gamma(u+v)$ e $\gamma=(1-v^2)^{-1/2}$ é o fator de Lorentz. O 4-momento da partícula é então dado por

$$p^\mu=m_0 w^\mu=m(u+v), \qquad (3)$$

onde $m=m_0\gamma$.

A partir da equação (2), temos

$$f^i=m_0\nabla_w w^i=\nabla_w(p^i)=\frac{d}{ds}p^i+\Gamma^i_{\mu\nu}\frac{dx^\mu}{ds}p^\nu, \qquad (4)$$

onde s é o tempo próprio da partícula ao longo da 4-velocidade w, do qual está relacionado com tempo próprio τ pela seguinte expressão $d\tau=\gamma\, ds$.

Utilizando as correlações entre as variáveis temporais e a métrica g para calcular os símbolos de Christoffel, obtemos a expressão final da força no sentido Newtoniano atribuída pelos observadores fiduciais, isto é, a derivada covariante do 4-momento da partícula com respeito ao tempo próprio dos observadores u.

$$F^i=\frac{\bar{D}}{d\tau}p^i=-m\bar{\nabla}^i\phi-2\theta^i_j p^j+\frac{f^i}{\gamma}, \qquad (5)$$

onde $\bar{\nabla}^i\phi$ é o gradiente usual e θ^i_j é o tensor de expansão, neste caso, isotrópico (ELLIS; MAARTENS; MACCALLUM, 2012). Sendo que o traço em cima do caractere representa um objeto na geometria de h_{ij}.

Resultados e discussão

No contexto deste trabalho, a métrica que representa as seções espaciais será dada pela expressão

$$h_{ij}=a^2(t)\delta_{ij}. \qquad (6)$$

Neste caso, as equações geodésicas simplesmente serão

$$\frac{d}{d\tau}\vec{p}=-m\vec{D}\phi-2H\vec{p} \text{ e } \frac{dt}{d\tau}=e^{-\phi(t,x(\tau))}, \qquad (7)$$

onde t é a coordenada temporal adaptada a u.

Com essas equações, tomando $\frac{\partial}{\partial \tau}\phi=0$, isto é, pedindo que o a função ϕ seja independente da coordenada temporal, e, considerando a geometria espacial já apresentada, a seguinte expressão pode ser deduzida

$$E=a(t)e^{\phi(x(t))}\varepsilon(t)=constante, \tag{8}$$

onde E é a energia da partícula.

A partir da relação (8), analisando a energia de um sinal luminoso, é possível encontrar a seguinte relação

$$1+z=\frac{a(t_0)}{a(t_e)}e^{\phi(x_0)-\phi(x_e)}, \tag{9}$$

onde t_0 e x_0 são coordenadas num ponto de observação e t_e e x_e num ponto de emissão.

Essa última expressão apresentada admite tanto análises de redshift no contexto comológico, tomando $\phi=0$, quanto em regimes de campo fraco, tomando $a=1$. Na literatura a análise de redshift nestes dois contextos são apresentadas separadamente, enquanto que, a partir da relação (9), esta pode ser feita de maneira conjunta.

Conclusões

Este trabalho permitiu a formalização das equações de movimento de uma maneira diferente da usual, com o principal foco em facilitar as interpretações físicas. Dessa maneira, a análise da propagação da luz pôde ser feita de tal forma que unificou o conceito de redshift em dois contextos diferentes, cosmológicos e clássicos, que são tratados de maneira disjunta na literatura. Esta unificação fornece uma nova perspectiva e ferramentas para estudos futuros em cosmologia e astronomia.

Além dos resultados satisfatórios apresentados, os próximos passos da pesquisa serão: (a) analisar o comportamento do redshift com o potencial ϕ dependente do tempo; (b) Entender a relação deste redshift com a distância luminosa em tais espaços-tempos (BITTENCOURT; GOMES; SANTOS, 2021): (c) Aplicar nos resultados obtidos em contextos específicos da função ϕ, conforme apresentadas em (GOMES, 2024a) e (GOMES; OLIVEIRA; SANTOS, 2024). (d) Encontrar a forma generalizada da conservação da energia na forma generalizada das equações do movimento, incluindo partículas massivas, sob a mesma perspectiva dos observadores fiduciais a fim de buscar relações do tipo descritas pela expressão (8).

Agradecimentos

Este trabalho foi financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), meus sinceros agradecimentos.

Referências

BITTENCOURT, E.; GOMES, L.; SANTOS, G. **Intrinsically symmetric cosmological model in the presence of dissipative fluids**. International Journal of Modern Physics D, v. 30, n. 05, p. 2150033, 2021.

ELLIS, G. F. R.; MAARTENS, R.; MACCALLUM, M. A. H. **Relativistic Cosmology**. Cambridge: Cambridge University Press, 2012.

GOMES, L. G. **Breaking the cosmological principle into pieces: a prelude to the intrinsically homogeneous and isotropic spacetimes**. Classical and Quantum Gravity, v. 41, p. 095004, 2024.

GOMES, L. G. **Spacetimes with homogeneous and isotropic expansion**. 2024.

GOMES, L. G.; OLIVEIRA, M.; SANTOS, L. R. dos. **A class of inhomogeneous cosmological models with multiple component fluid under homogeneous and isotropic expansion**. 2024.