

## UM ESTUDO SOBRE O MODELO INFLACIONÁRIO DERIVADO DE UM CAMPO ESCALAR COM POTENCIAL MONOMIAL

Fernando de Alvarenga Franco<sup>1</sup> (IC), Eduardo Henrique Silva Bittencourt (PQ)<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de Itajubá.

**Palavras-chave:** Cosmologia. Inflação Monomial. Campo Escalar. Slow Roll.

### Introdução

A teoria inflacionária é um modelo cosmológico que vem como uma solução para os problemas que surgem do Big Bang. Ela nos diz que no instante seguinte do início da expansão do nosso Universo, este passou por uma grande expansão, em um curto período de tempo. Entre os modelos inflacionários, destaca-se o modelo de Starobinsky, que é um dos modelos mais bem sucedidos em descrever a inflação (STAROBINSKY, 1980). Neste trabalho, fizemos o estudo de um modelo muito popular, cuja expansão foi impulsionada por um campo escalar, no qual o seu potencial é monomial, da forma:

$$V(\phi) = \alpha M_{pl}^4 \left( \frac{\phi}{M_{pl}} \right)^n, \quad (1)$$

onde  $\alpha$  é uma constante e  $M_{pl}$  é a massa de Planck.

Analisamos as implicações de diferentes valores para o expoente  $n$ , além de calcularmos diferentes parâmetros que estão relacionados com o estudo de um modelo inflacionário, como os parâmetros de slow roll, índice espectral e razão tensor-escalar. A partir desta abordagem, foi possível testar a validade do modelo, comparando ele com as observações experimentais.

### Metodologia

Durante a era inflacionária, assume-se como fonte um campo escalar minimamente acoplado  $\phi$  (LINDE, 1982), de forma que a ação total é dada por:

$$S = \int \sqrt{-g} d^4x \left( \frac{1}{2} M_{pl}^2 R - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \nabla_\mu \phi \nabla_\nu \phi - V(\phi) \right), \quad (2)$$

onde  $R$  é o escalar de Ricci,  $V(\phi)$  é o potencial que codifica os termos de auto-interação do campo escalar, e  $M_{pl}$  é a massa de Planck.

A evolução temporal do universo é governada pela métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker

(FLRW):

$$ds^2 = - dt^2 + a^2(t) \left( \frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right), \quad (3)$$

onde  $a(t)$  é o fator de escala e  $k$  é a curvatura espacial.

As equações de movimento para  $\phi$  e  $a(t)$  são obtidas a partir de métodos variacionais aplicados à equação da ação. Em particular, a variação de  $S$  com relação a  $\phi$  fornece a equação de movimento:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_\phi = 0, \quad (4)$$

onde  $\phi$  é função do tempo, e o ponto sobre as variáveis indica derivadas com relação ao tempo.

A variação de  $S$  com relação à métrica fornece as equações de campo de Einstein  $G_{ab} = (1/M_{pl}^2) T_{ab}$ , das quais as componentes não triviais são:

$$H^2 = \frac{\rho}{3M_{pl}^2} - \frac{k}{a^2}, \quad (5)$$

e

$$\dot{H} = -\frac{1}{2M_{pl}^2} (\rho + p) + \frac{k}{a^2}, \quad (6)$$

onde  $H(t) = \dot{a}/a$  é o parâmetro de Hubble,  $\rho$  é a densidade de energia, e  $p$  é a pressão.

Independente do modelo específico, o mecanismo inflacionário requer um regime de slow-roll nas condições iniciais para aumentar suficientemente as regiões causais e explicar a homogeneidade e isotropia atuais do Universo. As definições mais comuns dos parâmetros de desaceleração de primeira e segunda ordem de Hubble são:

$$\epsilon = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{H} \right), \quad \eta = \left( \frac{\dot{\epsilon}}{H\epsilon} \right). \quad (7)$$

Para um único campo escalar, exige-se que

$\dot{\phi}^2 \ll |V|$  e  $\ddot{\phi} \ll 1$ . Portanto, esses parâmetros podem ser traduzidos em termos das derivadas do campo escalar da seguinte forma:

$$\epsilon_V = \frac{M_{pl}^2}{2} \left( \frac{V_{,\phi}}{V} \right)^2, \quad \eta_V = M_{pl}^2 \left( \frac{V_{,\phi\phi}}{V} \right). \quad (8)$$

Durante a era inflacionária, assume-se que esses parâmetros são pequenos, enquanto o fim da inflação é caracterizado por  $\epsilon_V \approx 1$  e  $|\eta_V| \approx 1$ . O valor de  $\phi$  quando isso ocorre é denotado por  $\phi_e$ .

Além disso, em termos de  $\phi$ , o número de e-folds pode ser escrito como:

$$N = \frac{1}{M_{pl}} \int_{\phi_e}^{\phi} \frac{d\phi}{\sqrt{2\epsilon}}. \quad (9)$$

Para um  $\phi$  fixo, essa quantidade fornece o aumento do Universo durante o período inflacionário. Em particular, há dois valores de interesse: o número total de e-folds, denotado por  $N_I$ , que está associado ao valor do campo escalar no início da inflação  $\phi_i$ ; e o outro, denotado por  $N_*$ , correspondente ao momento em que um número de onda de referência  $k_*$  cruza o horizonte de Hubble, com o valor do campo escalar denotado por  $\phi_*$ . Nesse trabalho, fixamos  $N_* = 55$  para uma escala de referência de  $0.05 Mpc^{-1}$ , os mesmos valores fiduciais usados pela colaboração Planck (PLANCK COLLABORATION, 2020).

Para comparação com os dados do CMB, é mais útil escrever dois outros parâmetros em termos dos parâmetros de slow-roll, nomeadamente o índice espectral

$$n_s = 1 - 6\epsilon_V + 2\eta_V, \quad (10)$$

e a razão tensor-escalar

$$r = 16\epsilon_V. \quad (11)$$

Por fim, a amplitude do espectro de potência adimensional quando o modo de perturbação cruza o horizonte é dada por:

$$\Delta_R^2(\phi) = \frac{V(\phi)}{24\pi^2 \epsilon_V M_{pl}^4}. \quad (12)$$

## Resultados e discussão

Agora, vamos explorar o caso simples de um potencial monomial, que serve como base para sua abordagem. O potencial é dado pela equação:

$$V(\phi) = \alpha M_{pl}^4 \tilde{\phi}^n, \quad (13)$$

onde  $\alpha$  é a amplitude do potencial,  $n$  é um número real positivo, e  $\tilde{\phi} = \phi/M_{pl}$  é uma variável reduzida para simplificar as equações.

Os parâmetros de slow-roll, definidos previamente, tomam a seguinte forma para este potencial:

$$\epsilon_V = \frac{n^2}{2\tilde{\phi}^2}, \quad \eta_V = \frac{n(n-1)}{\tilde{\phi}^2}. \quad (14)$$

A função  $\epsilon_V$  mostra que, quanto menor o valor de  $n$ , mais próxima de zero é a transição da fase de slow-roll para o fim da inflação, enquanto  $\eta_V$  exibe a transição na convexidade do potencial quando  $n$  cruza 1.

Para determinar os valores do campo escalar nos momentos críticos da inflação, a condição  $\epsilon = 1$  fornece  $\tilde{\phi}_e = \frac{n}{\sqrt{2}}$ . Usando a equação do número de e-folds:

$$N = \frac{1}{M_{pl}} \int_{\tilde{\phi}_e}^{\tilde{\phi}} \frac{d\tilde{\phi}}{\sqrt{2\epsilon}}, \quad (15)$$

obtem-se os valores do campo escalar no momento de saída e no início da inflação:

$$\tilde{\phi}_{(*,i)} = \sqrt{\frac{n^2 + 4nN_{(*,i)}}{2}}. \quad (16)$$

Com esses resultados, os parâmetros observáveis, como o índice espectral  $n_s$  e a razão tensor-escalar  $r$ , são calculados como:

$$n_s - 1 = -\frac{n(n+2)}{\tilde{\phi}_*^2}, \quad r = \frac{n(n-1)}{\tilde{\phi}_*^2}. \quad (17)$$

Por fim, a amplitude do espectro de potência é calculada por:

$$\Delta_R^2(\phi) = \frac{\alpha \phi^{\sim n+2}}{12\pi^2 n^2}. \quad (18)$$

Com esses parâmetros, podemos plotar o gráfico de  $n_s$  por  $r$ , e comparar com os dados experimentais obtidos pelo Planck (PLANCK COLLABORATION, 2020), para podermos testar a validade do modelo.

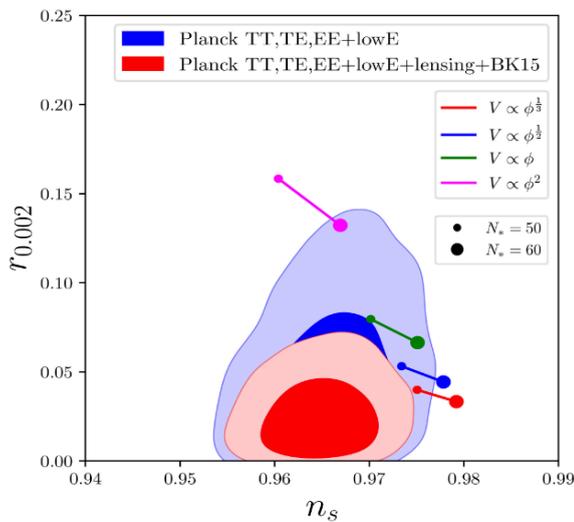


Figura 1 – Regiões de confiança para  $n_s$  e  $r$  no caso de potenciais monomiais, com  $N_* \in [50, 60]$ , usando dados do CMB do Planck de 2018 e experimentos do BICEP2 e Keck Array.

Podemos ver, a partir da imagem, que o modelo monomial para descrever a inflação, não é o modelo mais ideal, pois mesmo para diferentes valores de  $n$ , todos ficam fora da curva experimental mais precisa.

### Conclusões

Concluindo o estudo sobre o modelo inflacionário derivado de um campo escalar com potencial monomial, podemos observar que, apesar da simplicidade do modelo e da facilidade em calcular os parâmetros associados à inflação, ele não se alinha de forma ideal com os dados observacionais mais recentes, como os obtidos pelo Planck. Mesmo para diferentes valores para o expoente  $n$  no potencial, os valores obtidos para o índice espectral e a razão tensor-escalar continuam a não se encaixar nas observações experimentais. Portanto, esse modelo parece não ser o

mais adequado para descrever de forma precisa a inflação cósmica, sugerindo a necessidade de modelos mais complexos ou ajustes adicionais para um melhor acordo com os dados disponíveis.

### Agradecimentos

Agradeço à Universidade Federal de Itajubá pela oportunidade oferecida e à FAPEMIG pelo apoio financeiro (BIC 7788). E.B. agradece ao CNPq pelo apoio financeiro (bolsa nº. 305217/2022-4). Os autores também agradecem o Programa PIBIC/UNIFEI pelo suporte dado para participação neste evento.

### Referências

- A. STAROBINSKY, A new type of isotropic cosmological models without singularity, Physics Letters B 91 (1980) 99.
- A.D. LINDE, A new inflationary universe scenario: A possible solution of the horizon, flatness, homogeneity, isotropy and primordial monopole problems, Physics Letters B 108 (1982) 389.
- Planck Collaboration, Akrami, Y., Arroja, F., Ashdown, M., Aumont, J., Baccigalupi, C. et al., Planck 2018 results - x. constraints on inflation, Astronomy & Astrophysics 641 (2020) A10.