

“Do conhecimento acadêmico à transformação sustentável: inovação com validação científica”

ANÁLISE QUALITATIVA DE UM UNIVERSO QUASE-MAGNÉTICO

Fernando A. Franco¹ (IC), Eduardo Bittencourt (PQ)¹

¹Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI).

Palavras-chave: cosmologia. eletrodinâmica não linear. teoria qualitativa de equações diferenciais. universo primordial.

Introdução

O modelo Λ CDM tem se mostrado extremamente bem-sucedido em descrever observações cosmológicas, como a radiação cósmica de fundo (RCF), a estrutura em larga escala e a expansão acelerada do universo. No entanto, ainda enfrenta desafios importantes (NOVELLO; BERGLIAFFA, 2008; BRANDENBERGER; PETER, 2017), incluindo a natureza desconhecida da matéria escura e da energia escura, a tensão de Hubble e problemas clássicos ligados à singularidade inicial, como o horizonte e a planicidade.

Essas questões motivam a busca por modelos alternativos de evolução cósmica, incluindo cenários de universo oscilante, de ricochete (bounce) e teorias de gravidade modificada. Neste trabalho, propomos uma abordagem distinta ao investigar como campos eletromagnéticos primordiais, governados por uma dinâmica não linear (Eletrodinâmica Não Linear – NLED), podem influenciar a evolução inicial do universo (BENAOUM et al., 2023).

Em particular, desenvolvemos uma generalização do procedimento de média de Tolman–Ehrenfest (TOLMAN; EHRENFEST, 1930; DE LORENCI et al., 2002), que permite compatibilizar campos eletromagnéticos aleatórios com a simetria homogênea e isotrópica do espaço-tempo de Friedmann–Lemaître–Robertson–Walker (FLRW). Com esse formalismo, analisamos um modelo específico de NLED com correções quadráticas à Lagrangiana de Maxwell, o qual denominamos universo quase-magnético (qMU).

Metodologia

Para compatibilizar campos eletromagnéticos primordiais com a simetria homogênea e isotrópica de um universo FLRW, utilizamos uma generalização do procedimento de média de Tolman–Ehrenfest (TOLMAN; EHRENFEST, 1930; CESAR, 2025). Esse processo garante que o tensor energia-momento

associado à NLED assumam a forma de um fluido perfeito em média espacial.

Consideramos um modelo de NLED com correções quadráticas à Lagrangiana de Maxwell, dado por

$$\mathcal{L}(F, G) = -\frac{1}{4}F + \alpha F^2 + \beta G^2, \quad (1)$$

onde F e G são os invariantes eletromagnéticos usuais, e α, β são parâmetros livres.

Nesse contexto, introduzimos o universo quase-magnético (qMU), no qual a intensidade dos campos elétrico e magnético primordiais é relacionada por $E^2 = \sigma B^2$, $0 \leq \sigma \ll 1$, o que permite incluir possíveis contribuições elétricas residuais sem quebrar a homogeneidade e isotropia.

Com essa hipótese, a densidade de energia e a pressão isotrópica médias assumem as formas:

$$\langle \rho \rangle = \frac{1}{2}(1 + \sigma)B^2 + \left[\tilde{\beta} - \tilde{\alpha}(1 + 3\sigma) \right] B^4, \quad (2)$$

$$\langle p \rangle = \frac{1}{6}(1 + \sigma)B^2 - \left[\tilde{\beta} + \frac{1}{3}\tilde{\alpha}(5 - \sigma) \right] B^4, \quad (3)$$

onde $\tilde{\alpha} = 4\alpha(1 - \sigma)$ e $\tilde{\beta} = 16\beta\sigma/3$.

A equação de continuidade

$$\langle \dot{\rho} \rangle + 3\frac{\dot{a}}{a}(\langle \rho \rangle + \langle p \rangle) = 0, \quad (4)$$

pode ser integrada, resultando em:

$$\frac{a}{a_0} = \sqrt{\frac{B_0}{B}} \left(\frac{1 - 4\tilde{\alpha}B^2}{1 - 4\tilde{\alpha}B_0^2} \right)^w, \quad (5)$$

“Do conhecimento acadêmico à transformação sustentável: inovação com validação científica”

onde definimos o parâmetro

$$w = (\tilde{\beta} - 2\tilde{\alpha}\sigma)[4\tilde{\alpha}(1 + \sigma)]^{-1}. \quad (6)$$

Para estudar qualitativamente a evolução de $B(t)$, reescrevemos a equação da aceleração como um sistema dinâmico da forma:

$$\dot{B} = y, \quad \dot{y} = \frac{f_2(B)y^2 + f_3(B)}{f_1(B)}, \quad (7)$$

com

$$\begin{aligned} f_1(B) &= \frac{1}{2}B(1 - 4\tilde{\alpha}B^2)[1 - 4(1 - 4w)\tilde{\alpha}B^2], \\ f_2(B) &= \frac{3}{4}(1 - 4\tilde{\alpha}B^2)^2 + 64w(w - 1)\tilde{\alpha}^2B^4, \\ f_3(B) &= \frac{(1 + \sigma)(1 - 4\tilde{\alpha}B^2)^2B^4 [1 - 2\tilde{\alpha}(4w + 3)B^2]}{6}. \end{aligned} \quad (8)$$

Este campo vetorial planar apresenta divergências (retas verticais) para valores do campo magnético dados por:

$$B_1 = 0, \quad B_2 = \frac{1}{2\sqrt{(1 - 4w)\tilde{\alpha}}}, \quad \text{or} \quad B_3 = \frac{1}{2\sqrt{\tilde{\alpha}}}. \quad (9)$$

Já os pontos de equilíbrio (todos com $y = 0$) são:

$$B_{P_1} = 0, \quad \text{and} \quad B_{P_2} = \frac{1}{\sqrt{2\tilde{\alpha}(4w + 3)}}, \quad \text{and} \quad B_{P_3} = \frac{1}{2\sqrt{\tilde{\alpha}}}. \quad (10)$$

Resultados e discussão

No contexto do qMU, obtivemos expressões modificadas para a densidade de energia e a pressão isotrópica em função da intensidade do campo magnético primordial. Esses resultados mostram que a presença de termos não lineares na Lagrangiana permite a violação controlada das condições de energia.

Em particular:

- A condição de energia nula (NEC) pode ser violada para determinados valores da intensidade do campo, dependendo de α e σ .
- A condição de energia forte (SEC) pode ser violada mesmo para valores pequenos do campo, possibilitando fases de expansão acelerada do universo.

A Tabela 1 resume a posição relativa das linhas de divergência e dos pontos de equilíbrio para diferentes valores do parâmetro w , além da estabilidade associada a cada ponto. Esses resultados são essenciais para classificar os diferentes regimes dinâmicos possíveis no qMU.

Caso	Valor de w	Hierarquia	B_{P_2}	B_{P_3}
I	$w < -\frac{3}{4}$	$B_1 < B_2 < B_3$	$\frac{1}{2}$	sela
II	$-\frac{3}{4} < w < -\frac{1}{4}$	$B_1 < B_2 < B_3 < B_{P_2}$	centro	sela
III	$-\frac{1}{4} < w < -\frac{1}{12}$	$B_1 < B_2 < B_{P_2} < B_3$	sela	centro
IV	$-\frac{1}{12} < w < 0$	$B_1 < B_{P_2} < B_2 < B_3$	centro	centro
V	$0 < w < \frac{1}{4}$	$B_1 < B_{P_2} < B_3 < B_2$	centro	sela
VI	$w > \frac{1}{4}$	$B_1 < B_{P_2} < B_3; \frac{1}{2} B_2$	centro	sela

Tabela 1 – Posição relativa das linhas de divergência, pontos de equilíbrio e estabilidade em função de w

A formulação como sistema dinâmico autônomo permitiu caracterizar o espaço de fases associado à evolução do campo magnético. Os retratos de fase obtidos mostram a existência de pontos de equilíbrio estáveis e instáveis, separatrizes e trajetórias fechadas, correspondendo a universos que apresentam:

- soluções de ricochete (bounce), em que o fator de escala atinge um valor mínimo e volta a crescer;
- soluções cíclicas, nas quais o universo alterna entre expansão e contração;
- cenários de expansão acelerada sustentada, dependendo dos parâmetros do modelo.

Para efeito de ilustração, a Figura 1 representa o Caso II, com $-3/4 < w < -1/4$, onde temos um centro em BP_2 e uma sela em BP_3 . Nesse cenário, surgem órbitas fechadas ao redor de BP_2 , associadas a universos cíclicos. Trajetórias com $\epsilon < 0$ podem atingir BP_2 , o que, pode levar a um crescimento indefinido do fator de escala a . As regiões de violação da condição de energia forte (SEC) são determinadas pela posição de BP_2 .

A Figura 2 representa o Caso V, para $0 < w < 1/4$, novamente temos centro em BP_2 e sela em BP_3 , mas a posição de B_2 desloca-se, alterando a topologia das órbitas. Neste caso, não existem ciclos fechados à direita de B_3 .

“Do conhecimento acadêmico à transformação sustentável: inovação com validação científica”

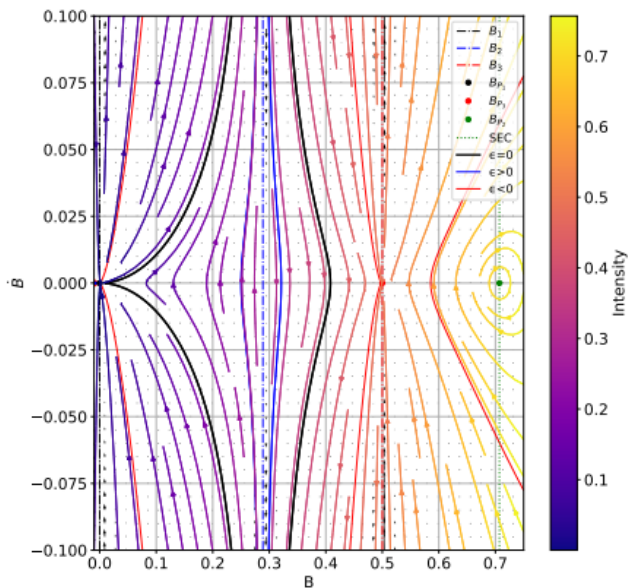


Figura 1 – Retrato de fase para um caso do qMU com presença de órbitas fechadas

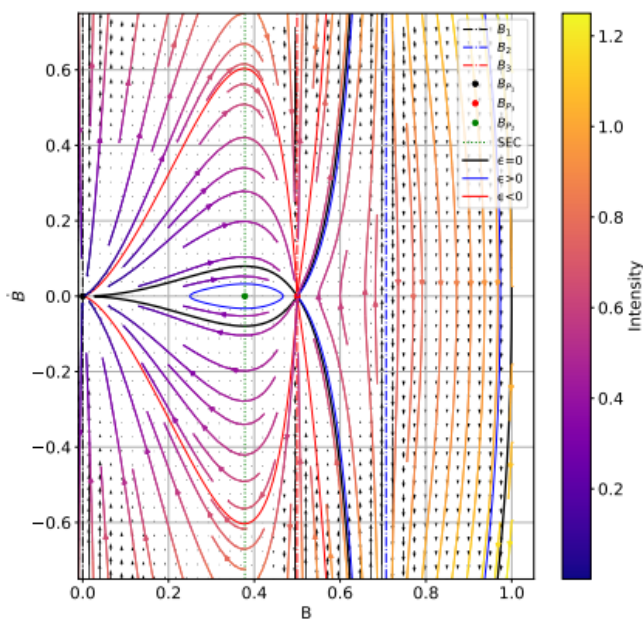


Figura 2 – Retrato de fase para um caso do qMU com ponto de sela dominante

Conclusões

O universo quase-magnético (qMU), obtido a partir de uma eletrodinâmica não linear com correções quadráticas, mostrou-se capaz de gerar uma rica dinâmica cosmológica. A análise qualitativa revelou a possibilidade de violação das condições de energia, em especial a SEC, o que permite fases de expansão acelerada.

Através da formulação como sistema dinâmico, identificamos pontos de equilíbrio, trajetórias cíclicas e soluções de ricochete, demonstrando que o qMU pode descrever universos em expansão indefinida, universos que rebatem após atingir um mínimo do fator de escala e até universos com comportamento oscilatório.

Esses resultados reforçam o potencial do modelo como alternativa para compreender fases primordiais da evolução cósmica sem recorrer a modificações gravitacionais adicionais.

Agradecimentos

O autor agradece à Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI) pelo suporte institucional e ao programa PIBIC/UNIFEI pelo apoio financeiro à Iniciação Científica.

Referências

- NOVELLO, M.; BERGLIAFFA, S. E. P. Bouncing cosmologies. *Physics Reports*, v. 463, p. 127-213, 2008.
- BRANDBERGER, R.; PETER, P. Bouncing cosmologies: progress and problems. *Foundations of Physics*, v. 47, p. 797-850, 2017.
- TOLMAN, R. C.; EHRENFEST, P. Temperature equilibrium in a static universe. *Physical Review*, v. 36, p. 1791, 1930.
- DE LORENZI, V. A.; KLIPPERT, R.; NOVELLO, M.; SALIM, J. M. Nonlinear electrodynamics and FRW cosmology. *Physical Review D*, v. 65, n. 6, p. 063501, 2002.
- BENAOUM, H. B.; LEON, G.; ÖVGÜN, A.; QUEVEDO, H. Dynamical analysis of magnetic universes in nonlinear electrodynamics. *European Physical Journal C*, v. 83, p. 1-20, 2023.
- CESAR, Alan G.; NOVELLO, Mario; BITTENCOURT, Eduardo; FRANCO, Fernando A. Qualitative analysis of a quasi-magnetic universe. *arXiv*, 31 maio 2025. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/2506.00640>.