# ESTUDO DE TÉCNICAS DE CONTROLE TOLERANTE A FALHAS EM QUADRIRROTORES

Paulo Henrique Faria Arruda<sup>1</sup> (IC), Pedro Henrique Rodrigues<sup>1</sup> (IC), Yohan Díaz-Méndez<sup>1</sup> (PQ) <sup>1</sup> Universidade Federal de Itajubá

Palavras-chave: Backstepping. Controle tolerante a falhas passivo. Modos deslizantes. Quadrirrotor.

## 1 Introdução

O uso extensivo de quadrirrotores se deve à sua simplicidade, baixo custo, e habilidade de pouso e decolagem verticais [1]. Recentes aplicações, como operações de entrega, reduziram sua proximidade à humanos e outras Aeronaves Remotamente Pilotadas (RPAs). Essa proximidade aumenta o risco de acidentes que podem levar a prejuízos econômicos e humanos. Desta forma, é altamente recomendável o uso de leis de controle adequadas para evitar a colisão do quadricóptero e garantir um pouso seguro.

Nesse projeto foi feita uma revisão teórica das técnicas de controle aplicadas no controle tolerante a falhas (FTC) de quadrirrotores, mais especificamente controle tolerante a falhas passivo (PFTC). Onde foram estudadas principalmente o controle por modos deslizantes (SMC), o Backstepping e o Backstepping Adaptativo. Além da revisão foram realizadas simulações para verificar o desempenho dos controladores em caso de falhas, em especial com o SMC. Também foi dado início ao desenvolvimento de um quadrirrotor para futuros teste práticos das técnicas estudadas.

## 2 Metodologia

#### 2.1 Modelo Dinâmico do Quadrirrotor

O quadrirrotor adotado neste artigo foi extraído de Labbadi *et al.* [3, 2] e consiste em quatro rotores alimentados por motores elétricos e montados em cada extremidade de uma estrutura do tipo plus, conforme mostrado na Figura 1. Seja  $\xi = [x, y, z]^T$  a posição relativa do centro de massa do quadrirrotor (origem do referencial fixo no corpo,  $O_b$ ) e a origem do referencial inercial fixo na solo ( $O_e$ ) cujos elementos representam as coordenadas de posição do UAV. O vetor  $\eta = [\phi, \theta, \psi]^T$  denota de Euler roll, pitch e yaw e  $\Omega = [p, q, r]^T$  e  $V = [u, v, w]^T$  representa respectivamente os vetores de velocidade angular e linear do em relação ao referencial de corpo fixo.



Figura 1: Diagrama esquemático do quadrirrotor.

A dinâmica completa do [3, 2] é dada pela Eq. 2.1

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = \dot{\theta}\dot{\psi}\frac{(I_y - I_z)}{I_x} - \frac{J_r}{I_x}\Omega_r\dot{\theta} - \frac{k_{fax}}{I_x}\dot{\phi}^2 + \frac{1}{I_x}\tau_\phi + d_\phi \\ \ddot{\theta} = \dot{\phi}\dot{\psi}\frac{(I_z - I_x)}{I_y} + \frac{J_r}{I_y}\Omega_r\dot{\phi} - \frac{k_{fay}}{I_y}\dot{\theta}^2 + \frac{1}{I_y}\tau_\theta + +d_\theta \\ \ddot{\psi} = \dot{\phi}\dot{\theta}\frac{(I_x - I_y)}{I_z} - \frac{k_{faz}}{I_z}\dot{\psi}^2 + \frac{1}{I_z}\tau_\psi + d_\psi \\ \ddot{x} = -\frac{k_x}{m}\dot{x} + (\cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi)\frac{F}{m} + \frac{d_x}{m} \\ \ddot{y} = -\frac{k_y}{m}\dot{y} + (\cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi)\frac{F}{m} + \frac{d_y}{m} \\ \ddot{z} = -\frac{k_z}{m}\dot{z} - g + (\cos\phi\cos\theta)\frac{F}{m} + \frac{d_z}{m} \end{cases}$$

$$(2.1)$$

onde  $k_{fax}, k_{fay}$  e  $k_{faz}$  são os parâmetros aerodinâmicos de atrito;  $I_x$ ,  $I_y$ ,  $I_z$  são os momento de inercia em cada um dos eixos;  $J_r$  é a inércia do rotor, ga aceleração da gravidade e m a massa do quadrirrotor. Os termos  $d_i$  representam distúrbios externos com  $i = \{x, y, z, \phi \theta, \psi\}$  e esses distúrbios serão simulados para confirmar a robustez do controlador. As entradas de controle u: F é a força total e  $\tau_{\phi}$ ,  $\tau_{\theta}$  e  $\tau_{\psi}$  são os torques aplicados ao quadrirrotor e escritos de acordo com para as velocidades do motor da seguinte forma, a nomenclatura das entradas de controle no restante do artigo será  $u = [U_T, U_{\phi}, U_{\theta}, U_{\psi}]$ :

$$\begin{bmatrix} F \\ \tau_{\phi} \\ \tau_{\theta} \\ \tau_{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & b & b & b \\ 0 & -lb & 0 & lb \\ -lb & 0 & lb & 0 \\ d & -d & d & -d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} .$$
(2.2)

#### 2.2 Sliding Mode Control

O Sliding Mode Control (SMC) é uma técnica de controle não linear que possui boas propriedades de robustez. O projeto da lei de controle é baseado em duas etapas: definir uma superfície deslizante que satisfaça uma condição de projeto e escolher uma lei de controle que leve os estados do sistema a uma superfície específica no espaço de estados e os mantenha próximos a essa superfície.

Como exemplo, considere o sistema não linear dado por

$$\frac{d^n x}{dt^n} = f(x) + g(x)u.$$
(2.3)

onde f(x) e g(x) são funções não lineares e u é o sinal de controle. A superfície de deslizamento é geralmente escolhida como

$$s(x) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} e, \qquad (2.4)$$

onde e é o erro de rastreamento dado por  $e = x - x_d$ e  $\lambda$  é uma constante positiva e está relacionada com o desempenho do sistema. Para um sistema de segunda ordem, isto é, n = 2, utilizando o teorema de estabilidade de Lyapunov é possível chegar na seguinte lei de controle:

$$u = \frac{1}{g(x)} [\ddot{x}_d - f(x) - \lambda \dot{e} - \eta \operatorname{sat}(s)], \qquad (2.5)$$

onde  $\eta$  é uma constante positiva.

### 2.3 Backstepping

O método de controle backstepping é um procedimento de projeto recursivo que vincula a escolha de uma função de controle de Lyapunov com o projeto de um controlador garantindo sua estabilidade.

Para sistemas do tipo

$$\dot{x}_1 = x_2$$
  
 $\dot{x}_2 = f(x) + g(x)u$  (2.6)

onde se deseja fazer rastreamento de posição, a variável de erro é definida como  $z_1 = x_1 - x_1^d$ . Utilizando

uma função de Lyapunov na forma  $V(z_1) = z_1^2/2$  e tomando sua derivada, tem-se

$$\dot{V}(z_1) = z_1 \dot{z}_1 = z_1 (x_2 - \dot{x}_1^d) = -k z_1^2 \le 0$$
 (2.7)

com  $x_2 = -kz_1 + \dot{x}_1^d = x_2^d$ ; contudo,  $x_2$  não é uma variável de controle e ela deve tender a  $x_2^d$  a partir de u. Para isso, defini-se uma segunda variável de erro, dada por  $z_2 = x_2 - x_2^d$  e, tomando sua derivada, tem-se

$$\dot{z}_2 = \dot{x}_2 - \dot{x}_2^d = f(x) + g(x)u - \dot{x}_2^d$$
. (2.8)

Seguindo o procedimento mostrado anteriormente, uma segunda função de Lyapunov é definida como

$$V(z_1, z_2) = \frac{1}{2}z_1^2 + \frac{1}{2}z_2^2.$$
 (2.9)

Derivando-se a Eq. (2.9) e substituindo  $\dot{z}_1$  e  $\dot{z}_2$ :

$$\dot{V}(z_1, z_2) = \dot{V}(z_1) + z_2(f(x) + g(x)u + z_1 - \dot{x}_2^d).$$
(2.10)

Escolhendo u como

$$u = -\frac{1}{g(x)}(f(x) + z_1 - \dot{x}_2^d + \rho z_2)$$
(2.11)

vem

$$\dot{V}(z_1, z_2) = -kz_1^2 - \rho z_2^2 \le 0$$
, (2.12)

estabilizando a dinâmica do sistema.

## 2.4 Backstepping Adaptativo

De acordo com a subseção anterior, a lei de controle obtida a partir do Backstepping é totalmente dependente da dinâmica e, consequentemente, dos parâmetros do sistema. Contudo, em aplicações práticas, o que se tem em mãos é apenas uma estimativa desses parâmetros e é necessário encontrar uma forma de fazê-los tender aos parâmetros reais do sistema. Para isso, é possível usar o Backstepping Adaptativo.

Como o interesse está no controle de sistemas mecânicos, apenas sistemas com o formato da Eq. (2.13) serão considerados:

$$\dot{x}_1 = x_2$$
  
$$\dot{x}_2 = g(x)u + \varphi^T(x)\theta,$$
(2.13)

onde  $\theta$  é um vetor que contém os parâmetros do sistema e  $\varphi^T(x)$  é um vetor que contém as funções não lineares que regem o movimento desse sistema. Seguindo os passos iniciais do Backstepping, é possível chegar na Eq. (2.10), a qual é reescrita como

$$\dot{V}(z_1, z_2) = \dot{V}(z_1) + z_2(g(x)u + \varphi^T(x)\theta + z_1 - \dot{\alpha}).$$
(2.14)

Contudo, diferentemente do Backstepping, não é possível fazer um cancelamento direto, uma vez que existe um termo que depende  $\theta$  e este é desconhecido.

Dessa forma, a seguinte função de Lyapunov é definida

$$V(z_1, z_2, \hat{\theta}) = \frac{1}{2}z_1^2 + \frac{1}{2}z_2^2 + \frac{1}{2}\tilde{\theta}^T \Gamma^{-1}\tilde{\theta}, \quad (2.15)$$

onde  $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta} \in \Gamma$  é uma matriz simétrica e definida positiva. Derivando-se a Eq. (2.15), vem que

$$\dot{V}(z_1, z_2, \hat{\theta}) = z_1 \dot{z}_1 + z_2 \dot{z}_2 - \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \hat{\theta}$$
. (2.16)

Escolhendo a lei de controle u como

$$u = -\frac{1}{g(x)} (\varphi^T(x)\hat{\theta} + z_1 + c_2 z_2 - \dot{\alpha}), \quad (2.17)$$

a Eq. (2.16) se torna

$$\dot{V}(z_1, z_2, \hat{\theta}) = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + \tilde{\theta}^T (\varphi(x) z_2 - \Gamma^{-1} \dot{\theta}).$$
(2.18)

Adotando  $\hat{\theta} = \Gamma \varphi(x) z_2$ , o sistema é finalmente estabilizado, uma vez que

$$\dot{V}(z_1, z_2, \hat{\theta}) = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 \le 0.$$
 (2.19)

# **3** Resultados

Das técnicas de controle apresentadas, a que se mostrou mais promissora foi o controle por modos deslizantes e, por esse motivo, foi o controlador utilizado durante as simulações. O sistema foi considerado como tendo única entrada e única saída (SISO), para que fosse projetado um controlador para cada variável do modelo dinâmico com base na lei de controle dada pela Eq. (2.5). Como exemplo, para o ângulo de arfagem,  $\theta$ , tem-se

$$u_{\theta} = -I_{y} \left( \dot{\phi} \dot{\psi} \frac{(I_{z} - I_{x})}{I_{y}} + \frac{J_{r}}{I_{y}} \Omega_{r} \dot{\phi} - \frac{k_{fay}}{I_{y}} \dot{\theta}^{2} + d_{\theta} + \eta \operatorname{sat}(s) - \ddot{\theta}_{d} \right), \quad (3.1)$$

com

$$s = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right) \left(\theta - \theta_d\right). \tag{3.2}$$

Outros formas de configurar a malha de controle podem ser vistas em [4, 5].

Para a simulação na ausência de falhas, foi definida uma trajetória em cascata na direção z foi usada como referência e o SMC a rastreou com sucesso (ver Fig. 2).



Figura 2: Posição do quadrirrotor sem falha.

Em seguida foi simulada a perda de eficácia dos um atuadores por meio da saturação da velocidade angular de um motor ( $\omega_i$ ) de forma que seu valor máximo permitido seja limitado a uma porcentagem pré-definida do máximo.

No primeiro cenário a falha simulada foi em apenas um atuador/motor em t = 7 s. Na Figura 3 é possível ver que em o controlador é capaz de continuar rastreamento para falhas abaixo de 40%.



Figura 3: Posição do quadrirrotor com falha em um motor.

A figura 4 permite identificar uma possível causa da falha de rastreamento para falha de 40%; é fácil ver que a perda parcial de um motor causou um desequilíbrio no ângulo de guinada e devido a estratégia de controle adotada ser passiva (PFTC), o controlador tenta continuamente recuperar o controle de guinada causando deficiências no controle de rastreamento de altitude.

A figura 5 a saturação no motores causada pela falha de 40% justificando a perda de capacidade de rastreamento.

Outro cenário simulado foi de perda de eficácia em todos os motores. Isto pode ocorrer, por exemplo, em caso de falha na alimentação dos mesmos. Neste cenário não ocorre o problema de perda do controle de



Figura 4: Rotação do quadrirrotor com falha em um motor.



Figura 5: Velocidade dos motores com falha de 40% em um motor.

guinada, uma vez que não há uma mudança na simetria dinâmica do quadrirrotor. Desta forma é possível manter o controle para falhas até 50%, como pode ser observado na figura 6.



Figura 6: Posição do quadrirrotor com falha em todos os motores.

# 4 Conclusões

Este trabalho se propôs a realizar uma revisão teórica sobre a controle tolerante a falhas em quadrirrotores, onde foram analisadas diferentes técnicas de controle, compilando a abordagem de diferentes autores e simplificando seu entendimento para trabalhos futuros. Foram simuladas perda de eficácia dos motores utilizando o controlador SMC, que se mostrou efetivo em falhas abaixo de 40% para cenário de falha em apenas um motor e até 50% no caso de falha de todos os atuadores. O que possibilitou explorar o desempenho do controlador, ressaltando a importância do uso de técnicas FTC ativas para lidar com falhas mais severas.

## **5** Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa de Minas Gerais (FAPE-MIG), projeto APQ-01656-21 e programa PIBIC possibilitaram o tema e a bolsa de pesquisa que deu suporte ao presente trabalho. E também dos colegas Marcio Tan Li e Matheus C. Gomes pela ajuda no início da construção de um quadrirrotor com Arduino.

# Referências

- Housny, H., Chater, E., and El Fadil, H. Multi-closedloop design for quadrotor path-tracking control. In 2019 8th International Conference on Systems and Control (ICSC) (2019), pp. 27–32.
- [2] Labbadi, M., and Cherkaoui, M. Robust integral terminal sliding mode control for quadrotor uav with external disturbances. *International Journal of Aerospace Engineering 2019* (2019).
- [3] Labbadi, M., Cherkaoui, M., Guisser, M., et al. Modeling and robust integral sliding mode control for a quadrotor unmanned aerial vehicle. In 2018 6th International Renewable and Sustainable Energy Conference (IRSEC) (2018), IEEE, pp. 1–6.
- [4] Merheb, A.-R., Noura, H., and Bateman, F. Design of passive fault-tolerant controllers of a quadrotor based on sliding mode theory. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science 25* (2015).
- [5] Sharifi, F., Mirzaei, M., Gordon, B. W., and Zhang, Y. Fault tolerant control of a quadrotor uav using sliding mode control. In 2010 conference on control and Fault-Tolerant Systems (SysTol) (2010), IEEE, pp. 239–244.