

FUNÇÕES CONVEXAS E PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO

Alejandro Macha Paiva (IC), Marcia Sayuri Kashimoto (PQ)
Universidade Federal de Itajubá.

Palavras-chave: Funções convexas. Problema de Steiner. Funções delta-convexas.

Introdução

Em uma era de grandes avanços tecnológicos, com necessidades que se atualizam a cada dia, seja nas engenharias ou ciências, nos deparamos com diversas questões que influenciam nas resoluções de problemas e delimitam a solução almejada. Com a Otimização, podemos dar atenção aos diversos fatores e então encontrar uma solução aproximada dos interesses envolvidos.

O objetivo deste projeto é estudar as funções convexas, delta-convexas e aplicações em Otimização. Para o desenvolvimento da pesquisa se fez necessário estudar e perpassar por tópicos de Álgebra Linear adicionando definições e teoremas para a compreensão de normas, sendo muito usada a norma euclidiana, além do estudo do corpo dos complexos \mathbb{C} , formas polares e topologias, sendo muito importante as propriedades das funções convexas se atrelando a ideia de subdiferencial. Também estudamos uma aplicação em problema de arranjo físico via funções delta-convexas.

Metodologia

Por meio de artigos, dissertações e livros disponibilizados pela orientadora desta pesquisa e presentes nas referências, faziam-se estudos e reuniões semanais supervisionados, em que o acadêmico apresentava resultados acerca dos tópicos estabelecidos.

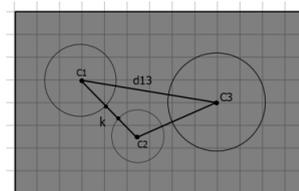
Resultados e discussão

Os resultados obtidos se associam ao conhecimento proveniente da pesquisa e aos teoremas estudados, reconhecendo a importância dos espaços vetoriais, transformações lineares, produto interno e normas presentes na Álgebra Linear, como também a expansão destes conceitos para o corpo dos complexos e a

aplicação deles no estudo de funções convexas.

Com o uso do problema de otimização proposto por Jacob Steiner, que consistia em interligar três vilarejos distintos por um sistema viário de comprimento total mínimo podemos compreender tanto o problema objetivo destacado em interligar os vilarejos como o problema restritivo definido por minimizar o comprimento do sistema viário. Embora esse problema tenha sido resolvido geometricamente por diversos matemáticos, incluindo Torricelli, ele pôde ser expandido para a Otimização através de funções convexas e subdiferenciais.

Através das funções delta-convexas (DC), funções expressadas como diferença de funções convexas, podemos avançar para o problema do arranjo físico que se baseia na maneira em que n objetos podem ser dispostos dentro de um arranjo físico, de forma que sejam satisfeitas as necessidades estabelecidas. Considera-se a forma do arranjo como uma região retangular e o objeto como uma região circular.



Foi obtido o seguinte problema:

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } \sum \sum \|C_i - C_j\| \\ &\text{Sujeito a } \|C_i - C_j\| \geq r_i + r_j + k \\ & \quad x_i + r_i + k \leq L \\ & \quad y_i + r_i + k \leq H \\ & \quad r_i + k \leq x_i \\ & \quad r_i + k \leq y_i \\ & \quad i = 1, \dots, n \text{ e } j = 1, \dots, n, \end{aligned}$$

--	--	--

sendo $C_i = (x_i, y_i)$ o centro do objeto i , r_i o raio a ele associado, k a distância a ser respeitada entre os objetos, L o comprimento do arranjo e H a altura do arranjo.

O problema do arranjo físico pode ser interpretado como um problema de otimização DC ao expressar a função objetivo como função DC.

Conclusões

Observamos neste trabalho as principais definições e os teoremas utilizados para o desenvolvimento do estudo da Otimização, principalmente por meio das funções convexas, e compreendemos a necessidade da Álgebra Linear como uma ferramenta nesse aprendizado.

Apresentamos as bases para os problemas de otimização, como o Problema de Steiner e a noção de funções convexas partindo do referencial de conjuntos convexos e por meio da Álgebra Linear introduzimos outros tópicos começando pelos espaços vetoriais e então as normas que auxiliam na solução de problemas de otimização.

O estudo destes tópicos auxilia tanto no estudo de problemas de otimização na Matemática como também é uma referência a ser usada para desenvolver a questão em outros ramos envolvidos como a Ciência da Computação ou outras Ciências.

Agradecimento

Gostaria de agradecer ao programa PIBIC UNIFEI pela bolsa financiada pela UNIFEI-UNIÃO, assim como à Prof. Marcia Sayuri Kashimoto, pela orientação.

Referências

Lima, Elon Lages. **Álgebra Linear**. Rio de Janeiro: IMPA, 2014.

Boldrini, José Luiz et al. **Álgebra Linear**. São Paulo: Harper & Row do Brasil, 1980.

Antonow, Liliane Martinez. **Análise Funcional**: um texto para iniciação científica. 2011, Dissertação (Mestrado em Matemática Universitária) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2011.

Silva, Marcos Afonso da. **Análise complexa e aplicações**. 2018. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2018.

Rocha, Dário Souza. **FUNÇÕES CONVEXAS E O PROBLEMA DE STEINER PARA TRÊS PONTOS**. 2020. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal Do Amazonas, Manaus, 2020.

Sartini, Brígida Alexandre. **PROBLEMA EUCLIDIANO DE STEINER EM ESPAÇOS DE DIMENSÃO MAIOR OU IGUAL A TRÊS: modelos exatos e heurísticas**. 2013. Dissertação (Doutorado em Engenharia de Sistemas e Computação) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013.

Fernandes, Manoel de Pontes. **OTIMIZAÇÃO POR FUNÇÕES REPRESENTÁVEIS COMO A DIFERENÇA ENTRE FUNÇÕES CONVEXAS COM APLICAÇÃO EM UM PROBLEMA DE ARRANJO FÍSICO**. 2012. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2012.

--	--	--