VI Simpósio de Iniciação Científica 2023
Ciência como ferramenta de transformação da sociedade

Padrões para o Problema do Empacotamento Bidimensional

Charbel Daher Boulos[1] (IC), Pedro Henrique Del Hokama (PQ)[2], Mário César San Felice(PQ)[3]
[1]*Instituto de Engenharia de Sistemas e Tecnologia da Informação - Universidade Federal de Itajubá*
[2]*Instituto de Matemática e Computação - Universidade Federal de Itajubá*
[3]*Departamento de Computação - Universidade Federal de São Carlos*

Palavras-chave: Algoritmo**,** Empacotamento**,** Padrões, Restrição

Introdução

No dia a dia de empresas são observados diversos problemas estudados para que a entidade obtenha um melhor desempenho em suas áreas de trabalho. Dentre eles é possível citar o problema encontrado ao carregar um contêiner ou um caminhão com produtos para entrega ou armazenamento. Além disso, também há situações onde um conjunto de encomendas não pode ser empacotado com outro, devido a um conflito.

Conhecendo este cenário será abordado o Problema do Empacotamento Bidimensional Ortogonal (Two-dimension Orthogonal Packing Problem - 2D-OPP) (Boschetti et al., 2002) que surge como um subproblema quando vamos resolver o Problema do Empacotamento Bidimensional em Contêineres na Presença de Conflitos (Two-dimensional Bin Packing Problem With Conflicts - 2BPPC) (SANTOS et al., 2023).

Este projeto foca no 2D-OPP, que é o problema de decidir se existe ou não uma solução para o empacotamento de um conjunto de itens em um contêiner de duas dimensões. O objetivo desta pesquisa é abordar conceitos e desenvolver algoritmos que encontrem a solução desse problema de uma maneira mais eficaz.

Metodologia

O 2D-OPP tem como entradas um contêiner C com altura H e largura W, um conjunto de itens I o qual cada item i tem sua altura h_i e sua largura w_i. O objetivo do problema é decidir se há ou não uma solução de empacotamento, ou seja, deseja-se saber se os itens do conjunto I são empacotáveis no contêiner C respeitando os limites e a regra da não-sobreposição, onde dois itens i e j não podem se sobrepor numa mesma área.

Neste trabalho foi utilizado a Programação por restrições (Constraint Programming - CP) para atacar o 2D-OPP. Este é um paradigma da programação que trabalha com um conjunto de variáveis as quais cada uma tem um conjunto finito de possíveis valores, denominado por domínio (nomenclatura D), e com uma ou mais restrições que podem reduzir o domínio de cada variável, ou seja, impedir combinações de determinados valores.

No caso do 2D-OPP foi utilizado para cada item i a variável X_i para estabelecer a posição do canto esquerdo do item no eixo das larguras e Y_i a posição do canto inferior no eixo das alturas. Inicialmente, o domínio dessas variáveis são $D(X_i) = \{0,..., W\text{-}w_i\}$ para largura e $D(Y_i) = \{0,...,H\text{-}h_i\}$ para altura. Esses domínios garantem que o empacotamento não ultrapasse o limite de C.

Além de garantir que os itens respeitarão os limites de C, também será garantido que nenhum item i será sobreposto por outro j, pela seguinte restrição:

$$[X_i + w_i \leq X_j] \text{ ou } [X_j + w_j \leq X_i] \text{ ou } [Y_i + h_i \leq Y_j] \text{ ou } [Y_j + h_j \leq Y_i]$$

Sabendo deste contexto, foram abordadas maneiras para reduzir esses domínios, que são os Padrões. Um Padrão é um subconjunto dos possíveis valores que as variáveis podem assumir, formado por diferentes critérios que garantem a mesma viabilidade de uma instância de itens I do 2D-OPP. Abaixo serão apresentados os Padrões estudados.

- **Padrão Normal**
  Cada parâmetro (altura e largura) pode possuir um conjunto de valores distintos. Será mostrado apenas um, podendo ser feito para o outro de maneira análoga. Para encontrar o conjunto Padrão Normal N_0 para a largura combinam-se as larguras dos itens de I, formalmente:

$$N_0 = \left\{ x = \sum_{j \in I} w_j \xi_j : 0 \leq x \leq W, \xi_j \in \{0,1\}, \text{para } j \in I \right\}$$

  Que ainda pode ser reduzido para:

$$N = \left\{ x \in N_0 : x \leq W - \min_{j \in I}\{w_j\} \right\}$$

Dessa forma podemos fazer D(X_i) = N para cada item i. Além disso, precisaremos da restrição adicional [$X_i + w_i \leq W$] para impedir que os itens ultrapassem os limites de C.

- **Padrão Boschetti**
O Padrão Boschetti (Boschetti et al., 2002) é uma redução do Padrão visto anteriormente. Neste Padrão cada item i possui um conjunto B^W_i que contem apenas os valores formados pela combinação dos demais itens e que somados à w_i não ultrapassem a largura de C. Esse conjunto pode ser representado pela seguinte expressão:

$$B_i^W = \left\{ x = \sum_{j \in I \setminus \{i\}} w_j \xi_j : 0 \leq x \leq W - w_j, \xi_j \in \{0,1\} \right\}$$

Pode ser usado este conjunto para cada item onde se tem D(X_i) = B^W_i ou também fazer união desses conjuntos formando o conjunto geral do Padrão Boschetti, ou seja:

$$B^W = \bigcup_{i \in I} B_i^W$$

E neste caso, o domínio da variável seria $D(X_i) = B^W$. Como foi dito anteriormente, o mesmo processo pode ser feito de maneira análoga para a altura.

- **Padrão Meet in the Middle**
Por fim, será apresentado o Padrão Meet in the Middle (MIM) que é uma redução do Padrão Boschetti (Côté e Iori, 2018). Este conjunto, diferente dos anteriores, utiliza um parâmetro para delimitar um limite no contêiner e é denominado por t (do inglês, threshold). A partir do limite traçado se obtém o conjunto da esquerda L_{it} e da direita R_{it} para cada item i, e os valores que fazem parte destes conjuntos são encontrados da seguinte maneira:

$$R_{it} = \left\{ W - \omega_i - x : x = \sum_{j \in I \setminus \{i\}} \omega_j \xi_j, 0 \leq x \leq W - \omega_i - t, \xi_j \in \{0,1\}, \text{para } j \in I \setminus \{i\} \right\}$$

Encontrando esses conjuntos, é possível obter o conjunto MIM para largura de cada item, ou também:

$$M_{itW} = L_{it} \cup R_{it}.$$

E para fazer o conjunto geral da largura, basta fazer a união dos conjuntos MIM para largura de cada item:

$$M_{tW} = \bigcup_{i \in I} M_{itW}$$

Portanto, para finalmente encontrar o conjunto MIM geral ainda é necessário encontrar o M_{th} (Meet in the Middle geral para altura) que é encontrado de maneira análoga como foi feito com a largura. Logo, obtém-se:

$$M_t = M_{tW} \cup M_{tH}$$

Resultados e discussão

Para aplicar os conhecimentos obtidos foram feitos algoritmos para cada Padrão apresentado, sendo implementados em C++ e usando um resolvedor de CP (Constraint Programming).

Na realização dos testes foi implementado, de forma integrada com o 2D-OPP, o 2BPPC (SANTOS et al., 2023), problema que tem como entrada um conjunto V de n itens em que cada item possui sua largura w_i e altura h_i, além de um conjunto Q de conteires idênticos de largura W e altura H e, por fim, um grafo não direcionado, no qual os vértices são os itens, e as arestas o conflito entre eles. O objetivo deste problema é encontrar uma solução onde cada item deve ser empacotado em exatamente um contêiner, não sendo permitido que dois itens que tenham conflitos sejam empacotados no mesmo recipiente.

Os testes foram executados em 64 instâncias da literatura aplicando, a partir dos algoritmos, 5 tipos de domínios diferentes para os conjuntos. Entre eles estavam o domínio sem Padrão, Padrão Boschetti geral, Padrão Meet in the Middle geral, Padrão Boschetti individual e o Padrão Meet in the Middle individual.

A diferença entre os conjuntos gerais e individuais é que o primeiro possui os pontos de todos os itens do conjunto, já o individual possui apenas os pontos empacotáveis do seu próprio conjunto (B_{iw} e B_{ih} para o Boschetti e M_{itw} e M_{ith} para o MIM).

Aplicando os testes, chegou ao seguinte resultado:

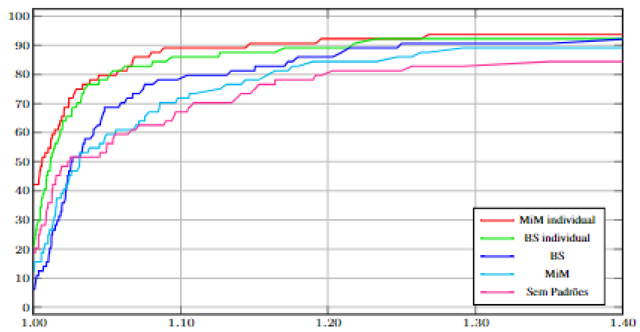

Figura 1 – Resultado do teste realizado com as 64 instâncias e 5 domínios diferentes

A Figura 1 apresenta os resultados através de um performance profile, o eixo vertical apresenta a porcentagem das instâncias, e o eixo vertical apresenta a razão para o melhor tempo. Podemos observar que para mais de 40% das instâncias a utilização dos pontos MIM obtiveram o melhor tempo, e ainda para quase 90% das instâncias esse tempo não passou da razão 1.10. Dessa forma entendemos que os padrões MIM individual obteve o melhor desempenho, seguido de perto pelo Padrão Boschetti individual.

Conclusões

Portanto, ao fim desta pesquisa podendo compreender melhor a Programação para o Restrições e sobre Padrões, foi evidenciado que essas restrições de domínio melhoram o tempo para encontrar uma solução do 2D-OPP. Além disso, foi possível observar pelos resultados obtidos que o Padrão MIM é uma redução do Padrão Boschetti, ou seja, $|M| \leq |B|$.

Ademais, após realizar os experimentos e obter os resultados mostrados na Figura 1, também foi possível analisar e comprovar que o domínio sem restrição tem o pior desempenho e o domínio com o Padrão MIM individual tem o melhor desempenho. Isso também faz chegar a conclusão de que os domínios individuais geram melhores resultados do que os gerais.

Agradecimentos

Ao Prof. Dr. Pedro Hokama e ao Prof. Dr. Mário César San Felice pela orientação. Ao Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC) UNIFEI/UNIÃO pelo apoio financeiro.

Referências

Boschetti, M. A., Mingozzi, A., e Hadjiconstantinou, E. New upper bounds for the twodimensional orthogonal non-guillotine cutting stock problem. IMA Journal of Management Mathematics, v. 13, n. 2, p. 95–119, 2002.

Côté, J.-F. e Iori, M. The meet-in-the-middle principle for cutting and packing problems. INFORMS Journal on Computing, v. 30, n. 4, p. 646–661, 2018.

SANTOS, Ana Clara Nascimento dos; HOKAMA, Pedro Henrique Del; SAN FELICE, Mário César. Fortalecimento da Formulação do Problema do Empacotamento Bidimensional em Contêineres na Presença de Conflitos. Simpósio de Iniciação Científica da UNIFEI, v. 6, n. 1, 2023.