

## OTIMIZAÇÃO MULTI OBJETIVO DO POSICIONAMENTO DE SENSORES PARA SISTEMAS SHM CONSIDERANDO A QUANTIDADE DE SENSORES E INTERPOLAÇÃO DOS MODOS POR KRIGING

Felipe Martarella de Souza Mello<sup>1</sup> (IC), Guilherme Ferreira Gomes (PQ)<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de Itajubá – campus Itajubá.

**Palavras-chave:** Otimização da Localização de Sensores. Otimização Multiobjetivo. Vibrações Mecânicas. Modos de Vibração.

### Introdução

O sensor é um objeto crucial em um sistema SHM. Um sensor (na filosofia SHM) deve atender algumas especificações básicas: (1) deve monitorar apenas a condição real do dano da estrutura hospedeira e ser independente a mudanças no ambiente; (2) deve transmitir os sinais adquiridos de forma confiável; (3) deve produzir o menor comprometimento possível na estrutura hospedeira; (4) deve sobreviver ao ambiente de trabalho circundante, pelo menos durante a vida útil da estrutura hospedeira; e (5) deve ser fácil de manusear, anexar, integrar, operar, além de possuir pequenas dimensões e massa (ROCHA; SEMPRIMOSCHNIG; NUNES, 2021).

A otimização de posicionamento de sensores (Sensor Placement Optimization – SPO) é um problema comum encontrado em muitas aplicações de engenharia. O que levou ao desenvolvimento de várias técnicas, sendo aplicadas a vários sistemas mecânicos, aeroespaciais e estruturais para identificar os melhores locais de detecção, que são usados para estimar parâmetros modais com base nas respostas em vibração. Assim, o SPO é uma oportunidade para reduzir os custos dos sistemas de SHM (MORLIER et al., 2018).

Nessas condições, destaca-se o estudo de Morlier et al. (2018) que minimizou o número de sensores, otimizando suas localizações, para reconstruir uma base modal truncada de N formas modais com um alto nível de precisão. Tal otimização foi realizada utilizando a metamodelagem da krigagem adaptativa chamada otimização global eficiente EGO-SPO. Os resultados demonstram uma redução de 30% na quantidade de sensores adotados.

O método proposto por Gomes et al. (2019) faz uso da otimização multiobjetivo considerando a interpolação de vários modos de vibração, avaliando um número limitado de sensores. O método permitiu distribuir os pontos de aquisição em uma estrutura da melhor maneira possível, sendo eficaz e garantindo a qualidade das informações obtidas. Além disso, os resultados apontam que a

otimização multiobjetivo não se torna trivial, quando um conjunto de modos de vibração é usado na construção da função objetivo.

Modos de vibração reduzidos (ou interpolados) são aqueles obtidos por meio de um número finito de sensores. Desde que bem interpolado, o modo reduzido consegue representar fielmente a forma modal no domínio contínuo. Vários métodos de interpolação estão disponíveis e dentre eles o método da krigagem (ou simplesmente *kriging*) tem ganhado bastante atenção.

Pode-se citar algumas pesquisas recentes sobre o uso da krigagem em SHM. Pavlack et al. (2022) investigaram o desempenho de uma metodologia orientada para quantificação de danos com base no uso de um metamodelo obtido pelo método do *Chaos-Kriging*; Awadallah e El-Sinawi (2020) desenvolveram um modelo de krigagem para prever a localização de trincas usando deslocamentos espectrais nos picos ressonantes de uma pá estrutural, cujo a validação experimental demonstrou precisão de até 95%.

Neste trabalho um estudo inovador sobre a otimização de sensores estruturais é realizado. A otimização do posicionamento dos sensores é tratada de forma multiobjetivo. A quantidade de sensores é minimizada (objetivo 1) juntamente com a minimização do erro de interpolação dos modos de vibração (objetivo 2). A interpolação dos modos é obtida considerando o modo de vibração reduzido (finito), oriundo dos sensores posicionados de forma ótima sobre a estrutura e, então, a krigagem é utilizada. A validação da interpolação por kriging é realizada em estruturas do tipo placa e comparadas com a interpolação por thin-plate e então aplicada em uma estrutura real e mais complexa, a pá do rotor principal da aeronave AS-350.

### Metodologia

A Krigagem é um método de interpolação utilizado para estimar valores correlacionados no espaço a partir de um conjunto de amostras, podendo ser aplicado na reconstrução dos modos de vibração estrutural (CHANG; PAKZAD, 2014) e (MORLIER et al., 2018). Desta

forma, o método da krigagem será empregado como o algoritmo interpolador responsável pela reconstrução dos modos de vibração, além de alimentar o algoritmo de otimização com a função objetivo.

No presente trabalho, foram definidas duas estruturas para realizar a otimização do posicionamento dos sensores (SPO). A primeira consiste em uma placa laminada de fibra de carbono epóxi, com intuito de validar a metodologia da krigagem, comparando com os resultados obtidos com outro método de interpolação conhecido como Thin-Plate (GOMES et al., 2019). O segundo componente avaliado é a mesma pá do rotor do helicóptero Esquilo AS HB-350 (PEREIRA et al., 2022), onde buscou-se realizar o estudo de posicionamento de sensores em um problema prático, considerando uma estrutura real e com geometria complexa.

A placa laminada usada como estrutura de estudo possui dimensões 30x30 cm, confeccionada a partir de oito camadas simétricas, dispostas na orientação 0°/90°. O modelo numérico foi desenvolvido por meio do Método dos Elementos Finitos (MEF) com auxílio do *software* ANSYS APDL (Figura 1). A partir do modelo numérico, efetuou a análise modal para os primeiros 16 modos de vibração, considerando a condição de livre contorno. Além disso, apenas os modos não nulos, ou seja, os modos de corpo rígido não foram considerados.

Pereira et al. (2022) em sua análise de SPO, gerou o modelo da pá do rotor a partir da modelagem inversa, utilizando o mesmo modelo numérico obtido neste trabalho. A pá possui 4665mm de comprimento, dos quais, 3880mm corresponde a seção aerodinâmica cujo perfil é o NACA0012 (Figura 2). Realizou-se a análise modal para os 9 primeiros modos sobre o modelo numérico, considerando sua condição real de operação, engastada com extremidade livre.

As propriedades mecânicas da placa e da pá do rotor são apresentadas na Tabela 1.

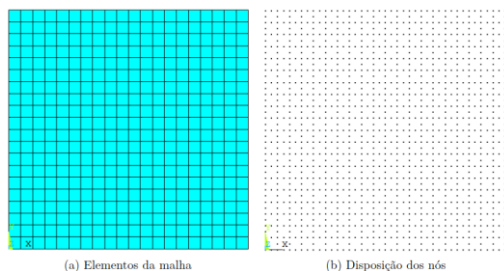


Figura 1 – Malha da placa.



Figura 2 – Malha pá do rotor principal da aeronave AS-350.

Tabela 1 – Propriedades mecânicas das estruturas estudadas.

Propriedades	Placa	Pá aeronave AS-350
$E_1$	83 GPa	135 GPa
$E_2$	5,13 GPa	9,0 GPa
$G_{12}$	8,36 GPa	7,3 GPa
$\nu_{12}$	0,32	0,264
$\rho$	1408,8 kg/m <sup>3</sup>	1491,1 kg/m <sup>3</sup>

A fim de avaliar as estruturas propostas, o processo de otimização decorreu em quatro casos distintos, sendo 3 casos direcionados a placa e um caso direcionado a pá da aeronave AS-350. Em todos os casos utilizaram-se o Algoritmo Multiobjetivo de Lichtenberg ou MOLA (PEREIRA et al., 2022) e, a cada caso, foi aumentando o nível de complexidade da otimização e utilizando os melhores parâmetros de funcionamento do otimizador e do interpolador. Além disso, a essência da função objetivo do MOLA consiste em avaliar o erro da interpolação que é:

$$F = \|\Phi_n^{MEF} - \Phi_n^{int}\|_F$$

onde  $\Phi_n^{MEF}$  é o modo de vibração obtido pela MEF e  $\Phi_n^{int}$  é o modo de vibração interpolado. O índice  $n$ , indica o modo de vibração avaliado.

O primeiro caso de estudo foi dedicado a comparação entre os interpoladores *Kriging* e o *Thin-plate*. Para isso realizou duas otimizações distintas, uma considerando o método da krigagem e outra considerando o *Thin-plate*, ambas com os mesmos parâmetros de entrada para o otimizador. A análise consistiu em uma otimização modo objetivo mantendo a quantidade de sensores constante. O intuito desta análise foi comparar o comportamento de cada um dos interpoladores no SPO. Os parâmetros atribuídos ao otimizador foram:

- Número de sensores atribuídas manualmente foram de 4, 8 e 16 ( $N_S = 4, 8 \text{ e } 16$ );
- População varia com a dimensão do problema ( $pop = 10 \cdot N_S$ );
- Número de iteração (critério de parada) igual a 200 ( $N_{iter} = 200$ ).
- O campo de busca consiste em todos os nós do modelo numérico da placa.
- Função objetivo é minimizar o erro de interpolação.

O segundo caso consistiu em uma otimização multiobjetivo, considerando, simultaneamente, os três primeiros modos de vibração da placa. A quantidade de sensores foi atribuída manualmente e mantida constante na otimização. O intuito deste caso foi avaliar o comportamento do *Kriging* em uma análise multiobjetivo, além de compreender a influência do número de iteração do otimizador na solução encontrada. Os parâmetros do otimizador foram:

- $N_S = 4, 8$  e  $16$ ;
- $pop = 10 \cdot N_S$ ;
- $N_{iter} = 200$  e  $300$ ;
- Campo de busca continuou sendo todos os nós do modelo numérico da placa;
- A solução ótima foi encontrada pelo método TOPSIS.
- Pontos visíveis pela frende de Pareto: 100

A função objetivo para o segundo caso foi:

$$\text{Minimizar} \begin{cases} F_1 = \| \Phi_7^{MEF} - \Phi_7^{int} \|_F \\ F_2 = \| \Phi_8^{MEF} - \Phi_8^{int} \|_F \\ F_3 = \| \Phi_{10}^{MEF} - \Phi_{10}^{int} \|_F \end{cases}$$

O terceiro caso de estudo, teve por finalidade relacionar a quantidade de sensores com o erro de interpolação associado aquela disposição. Para isso, a quantidade de sensores passou a ser uma variável no processo de SPO, sendo selecionada pelo MOLO através do *Feature Selection*. Além disso, a otimização continuou avaliando simultaneamente os 3 modos de vibração. Os parâmetros do MOLA foram:

- $Pop = 620$ ;
- $N_S = 300$ ;
- Campo de busca reduzido a 600 nós devido ao elevado custo computacional da análise.

A função objetivo neste caso de estudo consiste em:

$$\text{Minimizar} \begin{cases} N_S \\ F_2 = \sum_{n=7,8,10} \| \Phi_n^{MEF} - \Phi_n^{int} \|_F \end{cases}$$

Por fim, o último caso de consistiu em realizar o estudo de SPO para uma estrutura de geometria complexa, em uma abordagem simulando a condição real de operação. Nesta análise avaliou-se os 6 primeiros modos de vibração da pá do rotor simultaneamente, além da quantidade de sensores variar durante o processo de otimização. Devido a complexidade da geometria da pá, algumas simplificações foram necessárias a fim de reduzir o custo computacional e tornar viável a otimização. A primeira simplificação foi considerar apenas os nós do extradorso do perfil aerodinâmico, além de desconsiderar a estrutura de fixação da pá, reduzindo o campo de busca a 891 nós. A segunda simplificação diz respeito a curvatura do perfil aerodinâmico que foi considerado plano devido a sua simetria.

Os parâmetros do MOLA foram:

- $Pop = 1000$ ;
- $N_{iter} = 300$
- Campo de busca reduzido a 891 nós;
- Pontos visíveis pela frende de Pareto: 100

O último caso de estudo possui por função objetivo a seguinte equação:

$$\text{Minimizar} \begin{cases} N_S \\ F_2 = \sum_{n=1,3,4,5,6} \| \Phi_n^{MEF} - \Phi_n^{int} \|_F \end{cases}$$

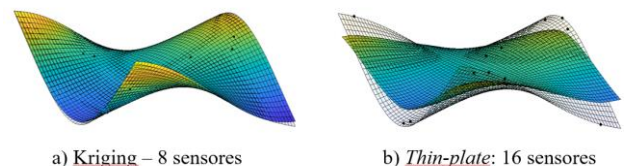
### Resultados e discussão

O primeiro caso de estudo, optou-se por avaliar os 3 primeiros modos não nulos. Porém, o modo 9 foi descartado da análise em função da sua similaridade com o modo 8, substituindo o modo 9 pelo 10. Logo, os modos de vibração avaliados foram os 7, 8 e 10. A Tabela 2 apresenta os resultados dos estudos estáticos, os quais avaliaram a média associada ao erro da interpolação e o desvio padrão. Em todos as repostas, observa-se que o *kriging* apresentou erro médio bastante inferior ao *thin-plate*, evidenciando sua eficácia nesta aplicação.

**Tabela 2** – Análise estática dos resultados comparando os interpoladores

Modo	$N_S$	Kriging		Thin-plate	
		$\bar{x}_F \pm \sigma_F$	$\bar{x}_{\Delta t} \pm \sigma_{\Delta t}$	$\bar{x}_F \pm \sigma_F$	$\bar{x}_{\Delta t} \pm \sigma_{\Delta t}$
7	4	43,2 ± 8,6	2,3 ± 0,06	63,2 ± 6,2	2,6 ± 0,2
	8	7,5 ± 1,0	4,7 ± 0,05	25,0 ± 1,4	4,1 ± 0,4
	16	0,8 ± 0,1	8,1 ± 0,7	13,6 ± 1,0	6,8 ± 1,1
8	4	40,0 ± 6,6	2,6 ± 0,08	79,8 ± 2,4	2,6 ± 0,07
	8	6,4 ± 1,7	5,4 ± 1,8	45,5 ± 2,1	4,8 ± 0,5
	16	0,82 ± 0,1	8,9 ± 0,8	29,0 ± 1,0	8,4 ± 0,6
10	4	59,4 ± 5,3	2,3 ± 0,1	108,1 ± 3,2	2,7 ± 0,3
	8	12,5 ± 5,6	4,6 ± 0,4	81,0 ± 5,0	4,7 ± 0,4
	16	2,44 ± 0,6	8,2 ± 0,6	50,9 ± 4,0	7,9 ± 0,7

A Figura 3 mostra a comparação entre a reconstrução dos modos de vibração por *kriging* e por *Thin-Plate*. A curva transparente representa o resultada da análise numérica, enquanto a curva colorida, a reconstrução pelos interpoladores. É notório que a krigagem obteve melhores resultados mesmo utilizando menos sensores.



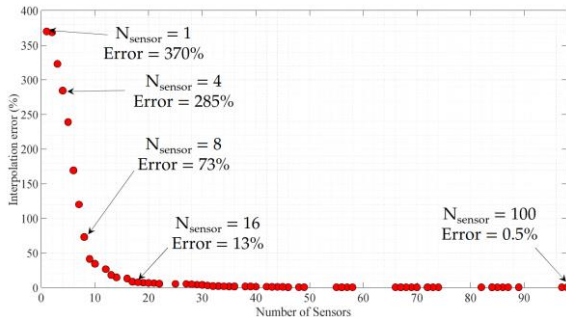
**Figura 3** – Reconstrução do modo 10 de vibração.

No segundo caso de estudo, buscou-se avaliar a influência do número de iterações do MOLA na resposta da otimização multiobjetivo. A Tabela 3 exhibe o resultado da interpolação considerando 200 e 300 iterações. Nota-se que o número de iterações auxiliou o algoritmo a obter respostas com menores dispersões ( $\sigma_{N_S}$ ) e médias ( $\bar{x}_{N_S}$ ) ligeiramente inferiores, caracterizando uma simulação de maior confiabilidade.

**Tabela 3** – Erro da interpolação e execução do programa

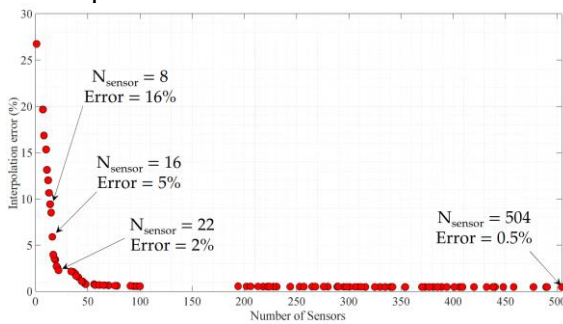
$N_{iter}$	$N_S$	$F_{n=7}$	$F_{n=8}$	$F_{n=10}$	$\bar{x}_{N_S}$	$\sigma_{N_S}$	$\Delta t$ [min]
200	4	77,22	82,48	98,29	86,0	11,0	5,87
	8	10,07	16,11	46,20	24,1	19,4	13,51
	16	3,34	1,84	9,82	5,0	4,2	14,57
300	4	78,46	78,55	95,48	84,2	9,8	9,12
	8	17,16	24,54	24,79	22,2	4,3	16,31
	16	2,77	2,68	7,77	4,4	2,9	25,38

Para análise do terceiro caso de estudo, recorreu a frente de Pareto de Pareto. É possível observar que a frente de Pareto obtida é convexa além de apresentar uma saturação a partir de 20 sensores (Figura 4).

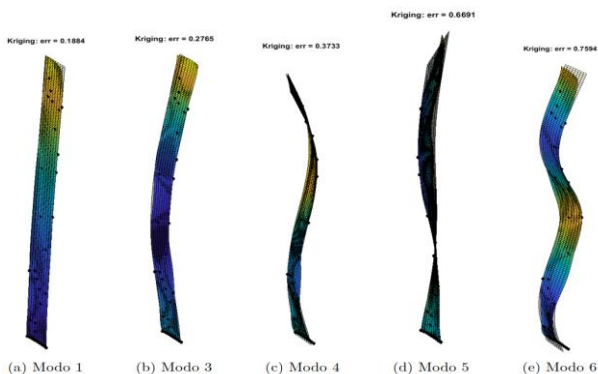


**Figura 4** – Frente de Pareto correlacionando a número de sensores vs. erro de interpolação.

Por fim o quarto caso de estudo, onde pode se observar a frente de Pareto na Figura 5. Possui uma característica muito parecida com a do caso anterior, sendo convexa e apresentando *knee-point* e saturação por volta de 50 sensores. A Figura 6, mostra o resultado da reconstrução dos modos para 22 sensores.



**Figura 5** – Frente de Pareto da otimização para a pá do rotor principal da aeronave AS-350.



**Figura 6** – Reconstrução dos modos de vibração da pá do rotor.

## Conclusões

Considerou-se como objetivos na formulação i) a quantidade de sensores e ii) a posição ótima destes sensores de modo a interpolar um modo de vibração reduzido. Por fim, gerando ótimos resultados, sendo assim algumas conclusões podem ser ressaltadas:

- A técnica da *kriging* apresentou desempenho superior no tocante à interpolação dos modos de vibração quando comparado com o interpolador *thin-plate*;
- Na otimização multiobjetivo de sensores vs. Interpolação, todas as frente de Pareto obtidas foram convexas com evidência do *knee-point*;
- Na toma de decisão considerando o TOPSIS, os 8 sensores foram suficientes para uma estrutura mais simples e 22 sensores para uma estrutura mais complexa;
- A metodologia avaliada inicialmente em estruturas do tipo casca foi também validada com resultados substanciais, em uma geometria aeronáutica complexa, se tratando de uma pá do roto principal da aeronave AS-350

## Agradecimento

Agradeço imensamente ao Prof. Dr. Guilherme Ferreira Gomes e ao Dr. João Luiz Junho Pereira pelo apoio e pela jornada que trilhamos juntos até a finalização desse trabalho. Obrigado pelos ensinamentos, pelas palavras de incentivo e paciência com as minhas limitações.

A Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) pelo apoio financeiro.

## Referências

- CHANG, M.; PAKZAD, S. N. A parameter optimization for mode shapes estimation using kriging interpolation. In: Special Topics in Structural Dynamics, Volume 6. [S.l.]: Springer, 2014. p. 287–293.
- GOMES, G. F. et al. A multiobjective sensor placement optimization for shm systems considering fisher information matrix and mode shape interpolation. *Engineering with Computers*, Springer, v. 35, n. 2, p. 519–535, 2019
- MORLIER, J. et al. An ego-like optimization framework for sensor placement optimization in modal analysis. *Smart Materials and Structures*, IOP Publishing, v. 27, n. 7, p. 075004, 2018
- PEREIRA, J. L. J. et al. Multi-objective lichtenberg algorithm: A hybrid physics-based meta-heuristic for solving engineering problems. *Expert Systems with Applications*, Elsevier, v. 187, p. 115939, 2022.
- ROCHA, H.; SEMPRIMOSCHNIG, C.; NUNES, J. P. Sensors for process and structural health monitoring of aerospace composites: A review. *Engineering Structures*, Elsevier, v. 237, p. 112231, 2021.
- PAVLACK, B. et al. Polynomial chaos-kriging metamodel for quantification of the debonding area in large wind turbine blades. *Structural Health Monitoring*, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 21, n. 2, p. 666–682, 2022.
- AWADALLAH, M.; EL-SINAWI, A. Effect and detection of cracks on small wind turbine blade vibration using special kriging analysis of spectral shifts. *Measurement*, Elsevier, v. 151, p. 107076, 2020.